

Modified Laplacians with Localized Eigenfunctions for Image Fingerprinting

Der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)
vorgelegte Dissertation
von

M. Sc. Benjamin Berger

2016

Abstract

This thesis is about the comparison of images by means of fingerprint objects that are calculated from the images but have less complexity. The fingerprint of an image is derived from the solution of an eigenvalue problem that is related to the Laplacian eigenvalue problem, but modified locally depending on image content. This modification of the Laplacian can be done in various ways, several of which are explored here. Some of these modifications can be imagined as painting the image onto a drum (whose vibration is described by the Laplace operator) with a special paint that modifies mass density and tension or stiffness of the membrane, thus leading to altered vibrational frequencies of the eigenmodes of the drum. Hence this thesis could be given the tagline “Can one hear what has been painted on a drum?”.

We will be especially interested in modifications of the Laplace operator where the eigenfunctions exhibit localization behaviour, that is, in a sense which will be made precise through the notion of localization densities, they are predominantly present in some regions of the image plane and absent in others. The boundaries of these localization regions are to be determined by the presence of edges in the input image. This enables the transfer of Laplacian spectrum fingerprinting techniques from the domain of shapes where it has been applied before to the domain of image data in such a way that the image spectrum corresponds approximately to the union of the spectra for the shapes depicted in the image. Therefore there is a traceable relationship between elements of the image and elements of the fingerprint. In order to retain in the fingerprint the information which eigenvalues belong to the same shape, it can be augmented by colocalization data calculated from the localization densities of the associated eigenfunctions.

We will furthermore investigate several ways to compare the fingerprints, both with and without the use of colocalization information. Additionally, some applications of the techniques developed will be shown that are not about fingerprints for images, but use the operators and localization densities for other tasks, namely image segmentation and extraction of local feature descriptors.

Keywords: Laplace operator, image comparison, partial matching

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit geht es um den Vergleich von Bildern, vermittelt durch Fingerabdruck-Objekte, die aus den einzelnen Bildern berechnet werden, aber eine geringere Komplexität aufweisen. Der Fingerabdruck eines Bildes ist aus der Lösung eines Eigenwertproblems abgeleitet, das mit dem Eigenwertproblem für den Laplace-Operator verwandt ist. Allerdings wird der Operator lokal bildabhängig modifiziert. Etliche verschiedene Möglichkeiten, wie diese Modifikation aussehen kann, werden hier betrachtet. Einige dieser Modifikationen kann man sich so vorstellen, dass das Bild auf eine Trommel (deren Vibration der Laplace-Operator beschreibt) gemalt wird, wobei eine spezielle Farbe verwendet wird, welche die Massendichte und die Spannung oder Steifigkeit der Membran modifiziert, was zu veränderten Schwingungsfrequenzen der Eigenmoden der Trommel führt. Daher könnte man dieser Arbeit den Untertitel „Kann man hören, was auf eine Trommel gemalt wurde?“ geben.

Wir werden uns insbesondere für Modifikationen des Laplace-Operators interessieren, deren Eigenfunktionen ein Lokalisierungsverhalten aufweisen, was heißt, dass sie – in einem Sinne, der durch den Begriff der Lokalisierungsichten präzisiert werden wird – jeweils hauptsächlich in bestimmten Regionen der Bildebene präsent sind, während sie in anderen abwesend sind. Die Grenzen dieser Lokalisierungsgebiete sollen dabei durch die Anwesenheit von Kanten im Eingabebild bestimmt werden. Dies ermöglicht die Übertragung der Laplace-Spektrum-Fingerabdrucktechniken vom Bereich der geometrischen Formen, wo sie zuvor angewandt wurden, auf den Bereich der Bilddaten in der Weise, dass das zum Bild gehörige Spektrum ungefähr die Vereinigung der Spektre der im Bild abgebildeten Formen ist. Es gibt also eine nachvollziehbare Beziehung zwischen Elementen des Bildes und Elementen des Fingerabdrucks. Um im Fingerabdruck auch Informationen darüber zu haben, welche Eigenwerte von einem gemeinsamen Bildteil herrühren, kann man ihn um Kolokalisationsdaten erweitern, die aus den Lokalisierungsichten der assoziierten Eigenfunktionen berechnet werden.

Desweiteren werden wir etliche Arten des Vergleichs von Fingerabdrücken untersuchen, sowohl mit als auch ohne Benutzung von Kolokalisationsinformation. Außerdem werden einige Anwendungen der entwickelten Techniken gezeigt, bei denen es nicht um Fingerabdrücke für Bilder geht, sondern welche die Operatoren und Lokalisierungsichten für andere Aufgaben verwenden, nämlich für Bildsegmentierung und Extraktion lokaler Merkmalsdeskriptoren.

Schlagworte: Laplace-Operator, Bildvergleich, Teilübereinstimmung